

METODO DE LA SECANTE

El método de la secante, es uno de los métodos que se conocen como abierto. ¿Por qué se llama un método abierto?

El método se denomina abierto, ya que parte de dos valores iniciales x_0 y x_1 , con estos valores se calcula el siguiente valor x_2 , ahora se toman los valores x_1 y x_2 y se determina el siguiente llamado x_3 , con estos dos últimos se determina el siguiente x_4 . Logrando así una sucesión con la cantidad de iteraciones necesarias. Este método continúa calculando los valores descartando el valor anterior al último. Por esto se llama abierto, ya que no cuenta con un intervalo en el cual trabajar como lo es regla falsa, que procede dentro de un intervalo que contenga una raíz.

Con lo anterior, la definición del método de la secante se puede lograr mediante dos formas, la primera como una aproximación al método de Newton y la segunda con una explicación gráfica.

1. APROXIMACIÓN AL MÉTODO DE NEWTON:

Este método se define como una variación al método de Newton, mediante su ecuación iterativa, se sustituye lo que se considera como el problema en el método de Newton; la derivada, por una expresión que la aproxima. Como se muestra a continuación:

Teniendo la ecuación iterativa de Newton

$$x_{n+1} = x - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Y el valor de la derivada evaluada en x_n , $f'(x_n)$ está dada por

$$f'(x_n) = \lim_{x \rightarrow x_n} \frac{f(x) - f(x_n)}{x - x_n}$$

Si aproximamos el valor del límite mediante el cociente evaluado en algún valor x_{n-1} , obtenemos

$$f'(x_n) \simeq \frac{f(x_{n-1}) - f(x_n)}{x_{n-1} - x_n} = \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}$$

Ahora, al sustituir el valor aproximado de la derivada en la ecuación iterativa inicial, tenemos

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

La ecuación anterior, define las iteraciones del método de la secante.

2. REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Con lo explicado anteriormente, el método de la secante está explicada la parte gráfica implícitamente, ya que la derivada es la pendiente de la curva tangente a la ecuación $y = f(x)$ en un punto dado, dado esto, aproximar el límite utilizando dos puntos significa aproximar la recta tangente a la curva $y = f(x)$ con una recta secante a esta curva. Para esto, son necesarios dos puntos iniciales, de los cuales el método iniciara encontrando las coordenadas $(x_0, f(x_0))$ y $(x_1, f(x_1))$, con estos puntos se puede determinar la ecuación para la recta secante.

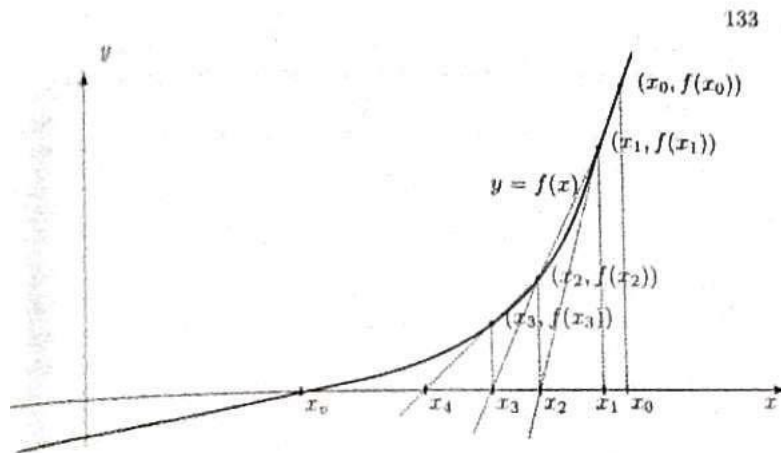
$$y - f(x_1) = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} (x - x_1)$$

Ahora para obtener el punto x_2 , hay que tener en cuenta que el punto $(x_2, 0)$ es el punto que representa la recta secante que se intercepta con el eje x. Como el punto $(x_2, 0)$ pertenece a la recta, podemos reemplazar x por x_2 y y por 0, así:

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

Ya con esta ecuación, se genera la sucesión de puntos, reemplazando x_2 por x_3 y x_1 por x_2 y así sucesivamente.

Ahora para representar esto gráficamente:



PSEUDOCÓDIGO

El pseudocódigo respectivo para el programa del método de la secante es el siguiente:

Leer a, b, n, delta, tole

Contador = 0

Valorfunción = delta + 1

Error = tole + 1

q = 0

mientras contador < n & valorfunción > delta & error > tole & función(a) \neq función (b)

hacer

 contador = contador + 1

 tabla (contador, 1) = contador

$x = b - ((\text{función}(b) * (b - a)) / (\text{función}(b) - \text{función}(a)))$

 tabla (contador, 2) = x

 y = función(x)

 tabla (contador, 3) = y

 valorfunción = absoluto (y)

 error = absoluto (x - q)

 tabla (contador, 4) = error

a = b

b = x

q = x

fin mientras

Con el pseudocódigo, ahora se procede a mostrar el código respectivo del programa:

CÓDIGO

```
function [ tabla ] = secante (a,b,n,delta,tole)
```

```
format long
```

```
i=0;
```

```
funcionvalue=delta+1;
```

```
error=tole+1;
```

```
q=0;
```

```
while i<n & funcionvalue>delta & error>tole & funcion(a) ~= funcion(b)
```

```
    i=i+1; %numero de iteraciones a realizar
```

```
    tabla(i,1)= i;
```

```
    x= b - ((funcion(b)*(b-a))/(funcion(b)-funcion(a)));
```

```
    tabla(i,2)=x;
```

```
    y=funcion(x); %Evaluar la funcion en x
```

```
    tabla(i,3)=y;
```

```
    funcionvalue=abs(y);
```

```
    error=abs(x-q); %calculo de el error
```

```
    %error=abs(x-q)/abs(x); %error relativo
```

```
    %error=(abs(x-q)/abs(x))*100; %error porcentual
```

```
    tabla(i,4)=error;
```

```
    a=b;
```

```
    b=x;
```

```
    q=x; %Calculo del error con la nueva iteracion
```

```
endwhile
```

endfunction

Ahora un ejemplo en el cual se ilustra el desarrollo del método de la secante:

EJEMPLO:

Resolver la siguiente ecuación mediante el método de la secante con una tolerancia de 10^{-5} :

$$X^3 - 2 \cdot X^2 + 8 \cdot X - 9 = 0$$

El enunciado pide solucionar el polinomio expresado, y que el programa pare hasta que consiga un error del orden de 10^{-5} , ahora se procede:

```
Columns 1 through 3:
 1. 0000000000000000e+000  7.98845265588915e+000  4.37062978155073e+002
 2. 0000000000000000e+000  6.80932144265299e+000  2.68467698398812e+002
 3. 0000000000000000e+000  4.93169685324952e+000  1.01757232256821e+002
 4. 0000000000000000e+000  3.78562674825494e+000  4.68747771270309e+001
 5. 0000000000000000e+000  2.80677511677219e+000  1.98099644579304e+001
 6. 0000000000000000e+000  2.09030919231380e+000  8.11706984784585e+000
 7. 0000000000000000e+000  1.59294697822059e+000  2.71068689335909e+000
 8. 0000000000000000e+000  1.34357632757593e+000  5.63636347968409e-001
 9. 0000000000000000e+000  1.27811239934117e+000  4.56443246054299e-002
 1. 0000000000000000e+001  1.27234386110984e+000  7.78271639049422e-004
 1. 1000000000000000e+001  1.27224379682053e+000  1.07035789831400e-006
 1. 2000000000000000e+001  1.27224365901247e+000  2.50892639996891e-011

Column 4:
 7.98845265588915e+000
 1.17913121323616e+000
 1.87762458940346e+000
 1.14607010499458e+000
 9.78851631482746e-001
```

```
Column 4:
 7.98845265588915e+000
 1.17913121323616e+000
 1.87762458940346e+000
 1.14607010499458e+000
 9.78851631482746e-001
 7.16465924458392e-001
 4.97362214093213e-001
 2.49370650644654e-001
 6.54639282347602e-002
 5.76853823133128e-003
 1.00064289309865e-004
 1.37808062072864e-007

lines 9-32/32 (END) -- (f)orward, (b)ack, (q)uit
```

En la imagen anterior se puede observar que:

El programa se inicializó con los siguientes parámetros

```
octave-3.2.4.exe:4> secante <10,15,20,0,10^-5>
```

$$a = 10$$

$$b = 15$$

$$\text{Número de iteraciones} = 20$$

$$f(x) = 0$$

$$\text{Error} = 10^{-5}$$

En la primera columna se muestran el número de iteraciones realizadas; en este caso el programa encontró la raíz en la iteración número 12.

En la segunda columna está indicado el valor que definió la ecuación de la secante, cada vez tendiendo más a la raíz.

En la tercera columna se muestra el valor de la función evaluada en x .

Y por último, la cuarta columna indica el valor del error, en este caso un error absoluto.